



TITLE:

# スピノールBECおよびダイポールBECにおける量子渦の自発的生成 (オイラー方程式の数理解析: 渦運動150年)

AUTHOR(S):

斎藤, 弘樹; 川口, 由紀; 上田, 正仁

---

CITATION:

斎藤, 弘樹 ...[et al]. スピノールBECおよびダイポールBECにおける量子渦の自発的生成 (オイラー方程式の数理解析: 渦運動150年). 数理解析研究所講究録 2009, 1642: 79-86

ISSUE DATE:

2009-04

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/140604>

RIGHT:

# スピノール BEC およびダイポール BEC における量子渦の自発的生成

電気通信大学 量子・物質工学科, 斎藤弘樹,  
東京大学大学院 理学系研究科, 川口由紀, 上田正仁,

Hiroki Saito,

Department of Applied Physics and Chemistry,

University of Electro-Communications,

Yuki Kawaguchi and Masahito Ueda,

Department of Physics, University of Tokyo

## 1 はじめに

古典流体とは異なり、超流動体における渦は量子化されている。気体のボース・アインシュタイン凝縮体 (BEC) における量子渦は 1999 年 JILA によって光 phase imprinting を用いて生成されて以来 [1] 様々な方法で生成されてきた。最も単純な生成法はポテンシャルを回転させ BEC に角運動量を与える方法であり、ENS[2] や MIT [3] を始めとして広く用いられている。また、外部磁場によってスピンを巧みに操作し量子渦を生成する Berry phase imprinting も MIT によって実現されている [4]。

従来の量子渦生成の実験は、外部から何らかの操作を行い能動的に量子渦を作ろうとするものであった。これに対して我々は最近、スピン自由度を持つ原子の BEC (スピノール BEC) や大きな磁気双極子モーメントを持つ原子の BEC (ダイポール BEC) において量子渦が自発的に生成される現象を理論的に見出した。「渦運動 150 年」という本研究集会の主題に関連して、本稿では最近の我々の研究を「量子渦の自発的生成」という観点から紹介したい。

## 2 スピノール BEC におけるスピン渦の自発的生成

スピン自由度により、スピノール BEC には多彩な量子渦が存在する。ここでは、その中でスピン 1 の polar-core vortex と呼ばれる量子渦に着目する。この状態は磁気量子数  $m = 1$  と  $m = -1$  の成分がそれぞれ逆向きに回転する量子渦を

含んでおり、 $m = 0$  成分がその渦芯を埋めているような状態である。polar-core vortex は  $F = 1$   $^{87}\text{Rb}$  のような強磁性的相互作用を持つ系において安定である。

ここで、強磁性的相互作用を持つ BEC を  $m = 0$  の状態に準備した場合を考える。 $m = 0$  は磁化の期待値がゼロの状態であり、強磁性的相互作用のもとでは磁化に対して不安定である。その結果、系は自発的に磁化し始める。我々は、この自発磁化の過程で polar-core vortex が自発的に生成することを理論的に予測した。polar-core vortex の自発的生成には「動的不安定性」[5] と「Kibble-Zurek 機構」[6] の異なる二つの機構が存在する。以下、これら二つの機構について述べる。

## 2.1 動的不安定性

量子揺らぎを無視する平均場近似では、強磁性的相互作用のもとでも  $m = 0$  状態は定常状態である。しかしながら、系が定常状態から少しでもずれると、時間に関して指数関数的に定常状態から離れて行く。これを動的不安定性と呼ぶ。 $m = 0$  状態は動的に不安定な定常状態であり、わずかな磁化の揺らぎが系の磁化を引き起こす。

図 1 は  $m = 0$  状態に小さな  $m = \pm 1$  状態のノイズを加えた初期状態から出発した時の時間発展を示す。これは小さな磁化揺らぎを持った状態に相当するが、磁化揺らぎの起源としては量子揺らぎや実験における初期状態の不完全性などが考えられる。図 1 (a) から  $m = -1$  成分が現れていることがわかるが（図には示していないが  $m = 1$  成分も同様）これは系が自発的に磁化したことを示している。初期の段階では二つの磁区が生成されている（図 1 (b)）。このとき  $m = \pm 1$  成分はほとんど角運動量を持っていない。ところが時間が経つにつれて二つの磁区は融合し polar-core vortex となる（図 1 (c)）。それに伴い  $m = \pm 1$  成分の角運動量は増加している。特に散逸がある場合には（図 1 (a) 点線） $L_{-1}$  は  $-1$  に（ $L_1$  は  $1$  に）近づいており、右回りと左回りの対称性が自発的に破れることを示している。

以上のダイナミクスから、2 種類の動的不安定性が存在すると考えられる。一つは  $m = 0$  状態から系を磁化させる動的不安定性、もう一つは右回りと左回りの対称性を破りドメイン構造を polar-core vortex へ変化させる動的不安定性である。

動的不安定性による polar-core vortex の生成は、強磁性相互作用とスピン保存則に由来している。強磁性相互作用によって系は磁化しようとするが、一様に磁化するとスピン保存則を破ってしまう。全スピンを（ゼロに）保存しつつ磁化するには、polar-core vortex が最もエネルギー的に得な状態となっている。

## 2.2 キップル・ズレック機構

キップル [7] は宇宙初期の真空の相転移において、ランダムな位相を持ったドメインが独立に生成しそれらが融合したとき位相欠陥（磁気モノポール等）が生じる可能性があることを指摘した。その後ズレック [8] によって液体ヘリウムにおい

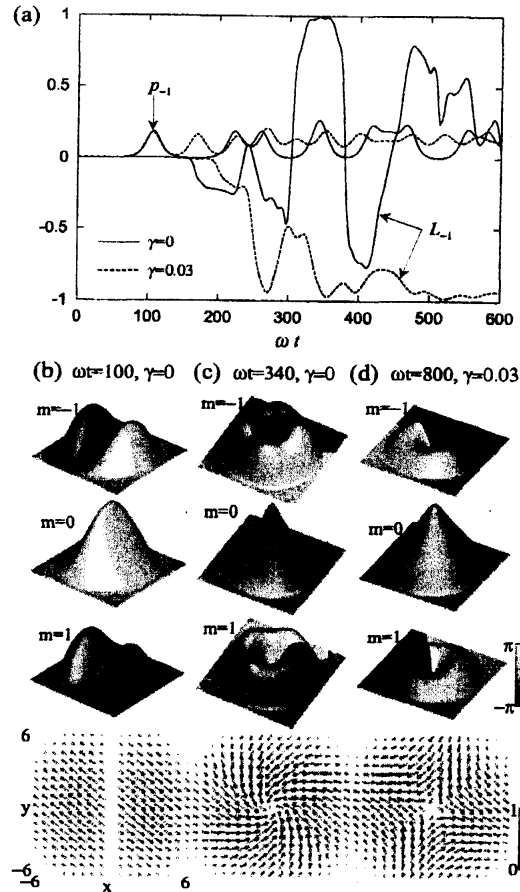


図 1:  $F = 1, m = 0$   $^{87}\text{Rb}$  BEC の自発磁化に伴う polar-core vortex の自発的生成。(a)  $m = -1$  成分の population  $p_{-1}$  と角運動量  $L_{-1}$  の時間発展。実線は散逸がない場合、点線は散逸を考慮した場合。(b)-(d) 各時刻の  $m = 0, \pm 1$  成分と磁化の空間分布。上 3 つの図で、高さは波動関数の絶対値を表し、色は位相を表す。一番下の図は磁化をベクトル表示したもので、ベクトルの長さが磁化の強さを表す。文献 [5] より転載。

ても同様の機構によって位相欠陥が生成されることが予想された。この機構はキップル・ズレック機構と呼ばれ、様々な系において実験的研究がなされている [9]。

我々は前節と同じ状況で ( $m = 0$  の自発磁化) 系のサイズが十分に大きいとき、キップル・ズレック機構によって polar-core vortex が生成されることを見出した [6]。図 2 は磁化の時間発展を示す。半径  $100\mu\text{m}$  の 2 次元円盤状の系を仮定している。初期状態は  $m = 0$  の基底状態に量子揺らぎを模した  $m = \pm 1$  のノイズを加えたものである。磁場が大きいときには 2 次ゼーマン効果によって  $m = 0$  は安定になる。ここでは十分大きい磁場から、磁化が起こる臨界値以下に急激に磁場を下げた場合を考える。図 2 の磁化を表す図で黒い穴のように見えるのが polar-core vortex を表す。また、磁化の向きを表す図では白と黒の部分が接している線が途切れた所が polar-core vortex に相当している。まず多くのドメインが現れ、それ

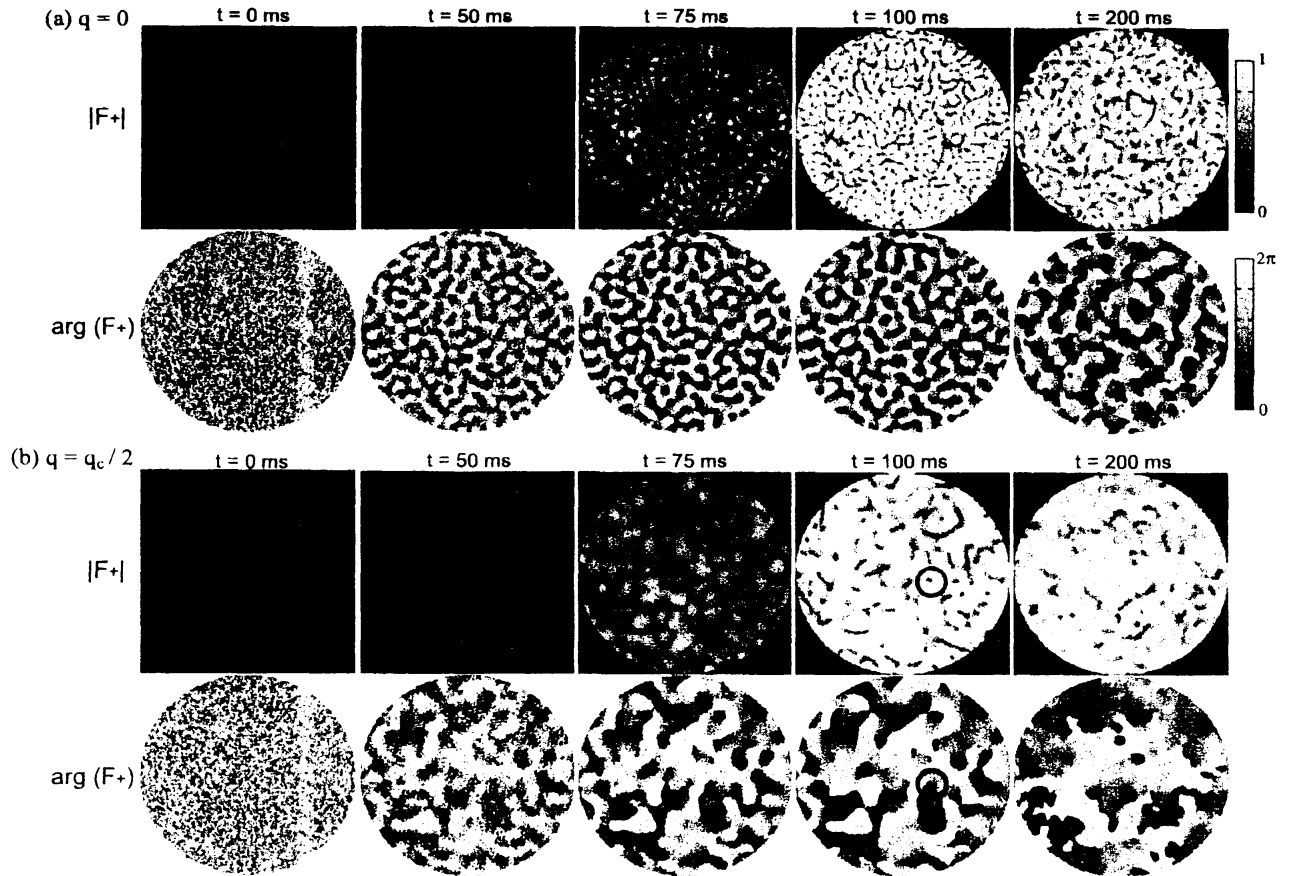


図 2:  $x$ - $y$  面内の磁化の大きさ（上の行）と向き（下の行）の時間発展。2 次ゼーマンエネルギーが (a)  $q = 0$  および (b)  $q_c/2$  (磁化が起こる臨界値の半分) の場合。文献 [6] より転載。

らが融合してスピン渦となっている様子が分かる。

この現象は見るからにキップル・ズレック機構によるスピン渦生成であると期待される。もしキップル・ズレック機構であれば、ズレックによる種々のスケージング則が成り立つはずである。これを確かめたのが図 3 である。図 3 左はスピン巻き数  $w$  のサイズ依存性を示す。スピン巻き数とは、ある閉じた経路に沿って一周したときスピンの向きが正味何周回転したかを表す。図の横軸  $R$  は経路の半径を表しており、縦軸はスピン巻き数の 2 乗を表す。 $\langle \rangle_{\text{avg}}$  は 1000 通りの異なる初期ノイズに関して平均を取っていることを示す。 $R$  が大きいところで  $w \propto R^{1/2}$  となっているが、これはズレックによるスケージング則に一致している。 $R$  がドメインの大きさよりも小さいところではズレックの仮定（経路上の複数のドメインが独立）が成り立たないため  $w \propto R$  となっている。

図 3 右はスピン巻き数  $w$  の磁場クエンチ速度依存性である。磁場は  $q(t) = q_c(1 - t/\tau_Q)$  のように徐々に減少させている。ズレックの議論と Bogoliubov 近似を組み合わせると、スピン巻き数は  $w \propto \tau_Q^{-1/6}$  となることが導かれる [6]。図 3 右より計

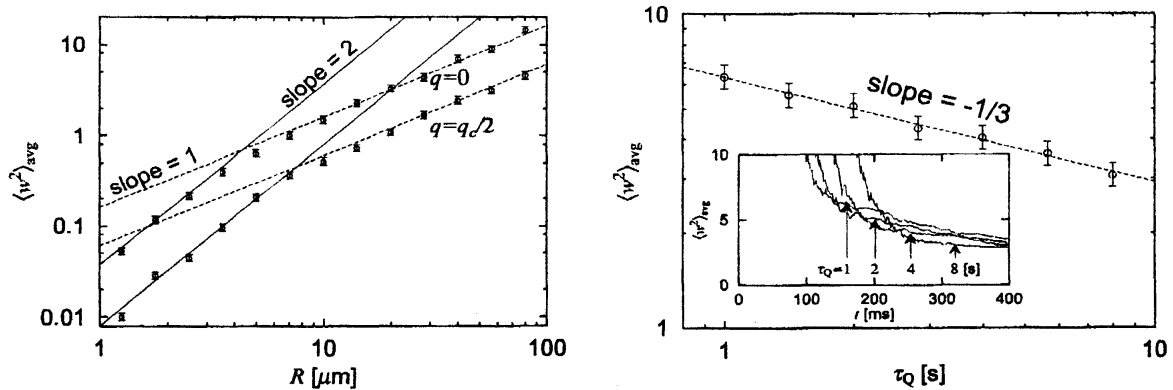


図 3: スピン巻き数 2 乗の初期ノイズに関する平均値  $\langle w^2 \rangle_{\text{avg}}$  の経路半径  $R$  依存性 (左) およびクエンチ時間  $\tau_Q$  依存性 (右)。右挿入図は様々な  $\tau_Q$  に関する  $\langle w^2 \rangle_{\text{avg}}$  の時間発展。文献 [6] より転載。

算結果はこの冪依存性をきれいに示していることが分かる。

以上の結果から、この系が自発磁化する過程でキップル・ズレック機構によりスピン渦が生成することが示された。それでは、Berkeley のグループによって観測された量子渦 [10] は動的不安定性とキップル・ズレック機構のどちらによって生成したのだろうか。実験では細長い BEC が用いられており、短軸方向の幅はドメインサイズと同程度である。これはキップル・ズレック機構が現れるための、各々のドメインが独立であるという条件に反する。すなわち、実験におけるスピン渦生成は動的不安定性によって生じていると考えられる。もし、十分にサイズの大きい BEC が用いられればキップル・ズレック機構が出現すると期待される。

### 3 ダイポール BEC の崩壊・爆発と量子渦輪の生成

アルカリ原子の磁気双極子はボーア磁子の半分であり、双極子同士の相互作用は s 波散乱長で特徴づけられる接触型の相互作用よりも遥かに弱い。一方、最近 Stuttgart のグループによって BEC が実現され [11] 盛んに研究されている  $^{52}\text{Cr}$  原子はボーア磁子の 6 倍の磁気双極子を持つため、双極子相互作用の強さはアルカリ原子の 144 倍となり、接触型相互作用に匹敵する。さらに Feshbach 共鳴 [16] を利用して s 波散乱長を小さくすることにより、双極子相互作用が系の振る舞いを支配するような領域に持っていくことができる [12]。

双極子相互作用は非等方的な相互作用であり、双極子の配向によって斥力になったり引力になったりする。引力相互作用は BEC を崩壊させる。接触型相互作用が十分大きい斥力であれば、系の崩壊を抑えることができるが、Feshbach 共鳴で s 波散乱長を小さくすると、双極子相互作用の引力部分によって系が崩壊する。我々

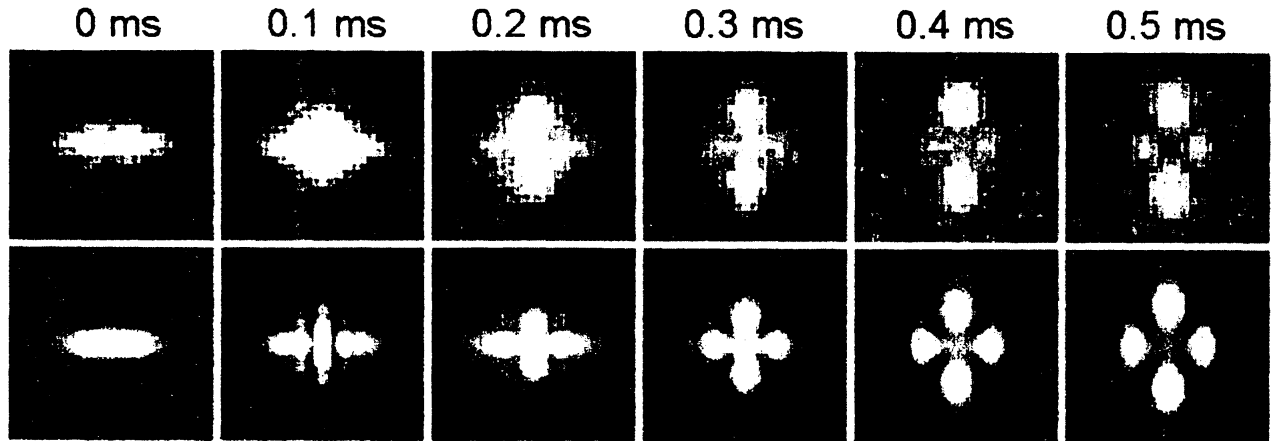


図 4: 双極子相互作用による BEC の崩壊と爆発。上段は実験で得られた吸収像を表す。下段は数値計算結果。文献 [13] より転載。

は、Stuttgart の実験グループと共同で、双極子相互作用による BEC の崩壊のダイナミクスを研究した [13]。

図 4 上段はクロム BEC の吸収像である。s 波散乱長をボア半径の 30 倍から 5 倍へと 1ms で変化させ、その後図に表示されている時間  $t_{\text{hold}}$  待って、トラップを消去し自由拡散させた後、吸収像を撮影している。散乱長を変えるには磁場を変化させるが、実際には渦電流などによって多少の遅れが生じている。一番左の  $t_{\text{hold}} = 0\text{ms}$  の像は崩壊が起こる前のものである。 $t_{\text{hold}} = 0.1\text{ms}$  は崩壊が起こり始めたものであり、 $t_{\text{hold}} \geq 0.2\text{ms}$  では崩壊後の原子バーストが上下に出ているのがわかる。図 4 下段は我々が行った数値計算の結果である。3 体衝突による原子ロスの効果を取り入れた Gross-Pitaevskii 方程式 [14] を、実験と同じパラメータを用いて数値的に解いた。計算結果は実験を非常に良く再現していることが分かる。

従来 JILA で行われていた BEC の崩壊実験 [15] では Feshbach 共鳴によって s 波散乱長を正から負に変化させ崩壊を起こしていた。すなわち等方的な接触型相互作用による崩壊であり、崩壊後の爆発で生じる原子バーストも等方的に発生していた。これに対して双極子相互作用は非等方的な相互作用であるため、崩壊および爆発はそれを反映して非等方的である。図 4 で原子の磁気双極子は水平方向を向いているが、崩壊および爆発は主にそれと垂直方向に起こる。その結果、図のように上下に原子バーストが発生し、四つ葉のクローバー状の形が形成されている。

数値計算は実験結果を説明しただけでなく、非常に興味深い現象が起こっていることを明らかにした。図 5 左はバーストが発生した後の BEC の等原子密度面を表す。中央付近の四つ葉を取り巻いている黒い管状に示したものは、渦糸である。量子渦が二つのリングを形成しているのが分かる。図 5 右は原子の流れをベクトル表示したものである。z 軸に沿って原子は内側に流れ、x y 方向には外側に流れていることがわかる。これは主に x y 方向に原子バーストが発生しているため

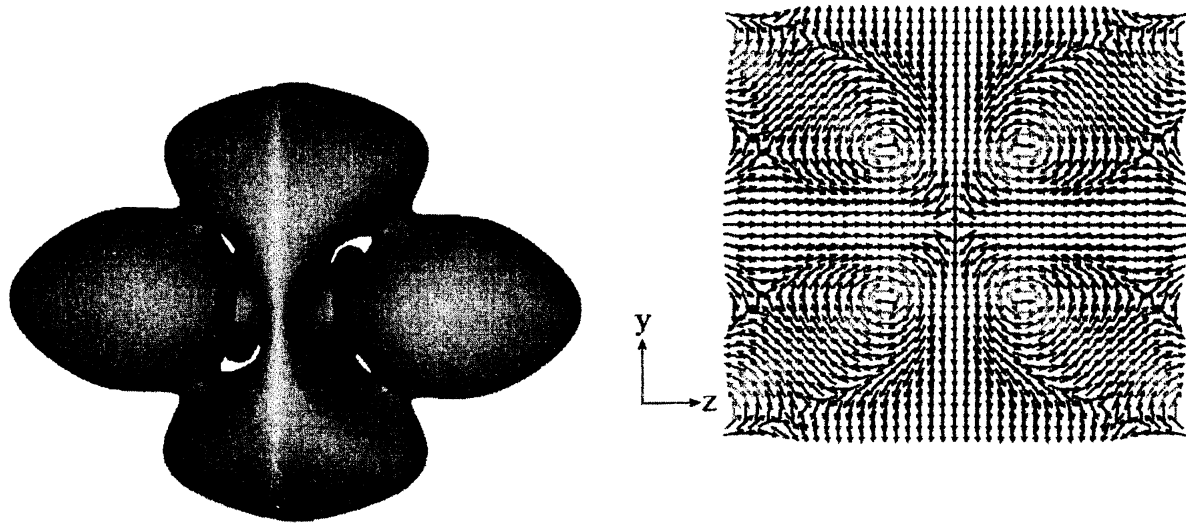


図 5: 左図は崩壊後の原子の等密度面。黒い管状の部分は量子渦リングを表す。右図は  $x = 0$  面上の原子の流れを表す。文献 [13] より転載。

である。その結果、二つの量子渦リングが生じている。

渦芯近傍では原子密度が下がるため、渦リングの存在が四つ葉状の形の原因になっているという見方もできる。非等方なバーストと量子渦リングの生成は非等方な双極子相互作用による崩壊に特有の現象である。量子渦リングは実験では直接観測されていないが、図 4 で実験と理論が非常に良く一致しているという事実は、渦リングの生成を強く示唆している。

## 4 まとめ

本稿では、BEC における位相欠陥の自発的生成に関連して二つのトピックを紹介した。一つ目はスピノール BEC におけるスピン渦の自発的生成である。これには、動的不安定性とキップル・ズレック機構の二つの異なる機構があることを示した。二つ目はダイポール BEC における磁気双極子相互作用による崩壊である。我々の計算は非等方的な崩壊と爆発の実験結果を非常に良く再現しただけでなく、それに伴う量子渦リングの生成を理論的に予測した。

## 参考文献

- [1] M. R. Matthews *et al.*, Phys. Rev. Lett. **83**, 2498 (1999)
- [2] K. W. Madison *et al.*, Phys. Rev. Lett. **84**, 806 (2000)



- [3] J. R. Abo-Shacer *et al.*, Science **292**, 476 (2001)
- [4] A. E. Leanhardt *et al.*, Phys. Rev. Lett. **89**, 190403 (2002)
- [5] H. Saito, Y. Kawaguchi, and M. Ueda, Phys. Rev. Lett. **96**, 065302 (2006)
- [6] H. Saito, Y. Kawaguchi, and M. Ueda, Phys. Rev. A **76**, 043613 (2007)
- [7] T. W. B. Kibble, J. Phys. A **9**, 1387 (1976)
- [8] W. H. Zurek, Nature **317**, 505 (1985)
- [9] W. H. Zurek, Phys. Rep. **276**, 177 (1996)
- [10] L. E. Sadler *et al.*, Nature **443**, 312 (2006)
- [11] A. Griesmaier *et al.*, Phys. Rev. Lett. **94**, 160401 (2005)
- [12] T. Lahaye *et al.*, Nature **448**, 672 (2007)
- [13] T. Lahaye *et al.*, Phys. Rev. Lett. **101**, 080401 (2008)
- [14] H. Saito and M. Ueda, Phys. Rev. Lett. **84**, 1406 (2001); Phys. Rev. A **63**, 043601 (2001); Phys. Rev. A **65**, 033624 (2002)
- [15] E. A. Donley *et al.*, Nature **412**, 295 (2001)
- [16] S. Inouye *et al.*, Nature **392**, 151 (1998)